Numeryczne rozwiązywanie równań różniczkowych zwyczajnych

Wykład 7

- Istnienie i jednoznaczność rozwiązania
- Zastosowanie wzoru Taylora
- Metoda Eulera
- Metody Rungego-Kutty

Zadanie 1. *Stosując metodę Eulera z krokiem* $h = \frac{1}{50}$ *obliczyć przybliżoną wartość* $y(1)$ *następującego problemu początkowego:*

$$y' + 2y = 1, \qquad y(0) = 2.$$

Zadanie 2. *Stosując metodę Eulera z krokiem* $h = \frac{1}{50}$ *obliczyć przybliżoną wartość* $y(1)$ *następującego problemu początkowego:*

$$y' = y(1 - y) \qquad y(0) = \frac{1}{2}.$$

Zadanie 3. *Stosując metodę Eulera z krokiem* $h = \frac{1}{100}$ *obliczyć przybliżoną wartość* $y(\frac{1}{2})$ *następującego problemu początkowego:*

$$y' = y(1 + e^{2x}), \qquad y(0) = 1.$$

Zadanie 4. *Stosując metodę Eulera z krokiem* $h = \frac{1}{100}$ *obliczyć przybliżoną wartość* $y(\frac{1}{2})$ *następującego problemu początkowego:*

$$xy' = y(\sin x), \qquad y(0) = 2.$$

Zadanie 5. *Stosując metody Rungego-Kutty rzędu drugiego i czwartego wyznaczyć przybliżone rozwiązanie następującego problemu początkowego:*

$$y' + y = \sin 4\pi x, \qquad y(0) = \frac{1}{2}.$$

Otrzymane rozwiązanie porównać z rozwiązaniem dokładnym dla wielkości kroku $h = 0.1$, $h = 0.05$ *i* $h = 0.02$.

Zadanie 6. *Stosując metody Rungego-Kutty rzędu drugiego i czwartego wyznaczyć przybliżone rozwiązanie następującego problemu początkowego:*

$$y' + \sin y = 0, \qquad y(0) = 1.$$

Otrzymane rozwiązanie porównać z rozwiązaniem dokładnym dla wielkości kroku $h = 0.1$, $h = 0.05$ *i* $h = 0.02$.