

Rozwiązywanie równań nieliniowych

Zadania do samodzielnego wykonania

- Metoda bisekcji
- Metoda Newtona
- Metoda siecznych
- Pierwiastki wielomianów

(Uwaga. Rozwiązując poniższe zadania metodą bisekcji można zmniejszyć zadaną dokładność o połowę).

Zadanie 1. *Znaleźć dodatni pierwiastek równania*

$$x^2 - 4x \sin x + (2 \sin x)^2 = 0$$

z dokładnością do 10^{-8} .

Zadanie 2. *Znaleźć miejsce zerowe funkcji*

$$f(x) = \frac{1}{x} - \tan x$$

w przedziale $[0, \frac{\pi}{2}]$ z dokładnością do 10^{-12} .

Zadanie 3. *Znaleźć miejsce zerowe funkcji*

$$f(x) = \frac{1}{x} - 2^x$$

w przedziale $[0, 1]$ z dokładnością do 10^{-12} .

Zadanie 4. *Znaleźć miejsce zerowe funkcji*

$$f(x) = 2^{-x} + e^x + 2 \cos x - 6$$

w przedziale $[1, 3]$ z dokładnością do 10^{-12} .

Zadanie 5. *Znaleźć miejsce zerowe funkcji*

$$f(x) = x - \tan x$$

w przedziale $[1, 2]$ z dokładnością do 10^{-12} .

Zadanie 6. *Znaleźć pierwiastek wielomianu*

$$x^8 - 36x^7 + 546x^6 - 4536x^5 + 22449x^4 - 67284x^3 + 118124x^2 - 109584x + 40230 = 0$$

w przedziale $[5.5, 6.5]$. Powtórzyć obliczenia po zmianie współczynnika 36 na 36.001.

Zadanie 7. *Znaleźć miejsce zerowe funkcji*

$$f(x) = x^6 - x - 1$$

w przedziale $[0, 2]$ z dokładnością do 10^{-8} .

Zadanie 8. *Znaleźć miejsce zerowe funkcji*

$$f(x) = x^3 - 3$$

w przedziale $[0, 3]$ z dokładnością do 10^{-8} .

Zadanie 9. *Znaleźć miejsce zerowe funkcji*

$$f(x) = x - e^{-x^2}$$

w przedziale $[0, 1]$ z dokładnością do 10^{-8} .

Zadanie 10. *Znaleźć miejsce zerowe funkcji*

$$f(x) = 3 - 2^x$$

w przedziale $[0, 2]$ z dokładnością do 10^{-8} .

Zadanie 11. *Znaleźć miejsce zerowe funkcji*

$$f(x) = \ln x + x$$

w przedziale $[\frac{1}{10}, 1]$ z dokładnością do 10^{-8} .

Zadanie 12. *Znaleźć miejsce zerowe funkcji*

$$f(x) = x - e^{-x}$$

w przedziale $[0, 1]$ z dokładnością do 10^{-6} .

Zadanie 13. *Znaleźć miejsce zerowe funkcji*

$$f(x) = 1 - 2xe^{-\frac{x}{2}}$$

w przedziale $[0, 1]$ z dokładnością do 10^{-6} .

Zadanie 14. *Znaleźć miejsce zerowe funkcji*

$$f(x) = 5 - x^{-1}$$

w przedziale $[0.1, 0.25]$ z dokładnością do 10^{-6} .

Zadanie 15. *Znaleźć miejsce zerowe funkcji*

$$f(x) = x^2 - \sin x$$

w przedziale $[0.1, \pi]$ z dokładnością do 10^{-6} .

Zadanie 16. Znaleźć miejsce zerowe funkcji

$$f(x) = 2 + \frac{1}{x} \ln x$$

w przedziale $[0.1, 1]$ z dokładnością do 10^{-6} .

Zadanie 17. Rozwiązać metodą Newtona układ równań

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + \frac{1}{9}e^{-x_1} = -1 \\ -x_1 + 2x_2 + \frac{1}{9}e^{-x_2} = 1, \end{cases}$$

rozpoczynając od punktu $(1, 1)$, z dokładnością do 10^{-12} .

Zadanie 18. Rozwiązać metodą Newtona układ równań

$$\begin{cases} xy - z^2 = 1 \\ xyz - x^2 + y^2 = 2 \\ e^x - e^y + z = 3, \end{cases}$$

dla punktu początkowego $(0, 0, 1)$, z dokładnością do 10^{-10} .

Zadanie 19. Rozwiązać metodą Newtona układ równań

$$\begin{cases} 4x_1^2 - x_2^2 = 0 \\ 4x_1x_2^2 - x_1 = 1 \end{cases}$$

dla punktu początkowego $(0, 1)$, z dokładnością do 10^{-10} .

Zadanie 20. Rozwiązać metodą Newtona układ równań

$$\begin{cases} 4y^2 + 4y + 52x = 19 \\ 169x^2 + 3y^2 + 111x - 10y = 10. \end{cases}$$

Zadanie 21. Rozwiązać metodą Newtona układ równań

$$\begin{cases} x + e^{-x} + y^3 = 0 \\ x^2 + 2xy - y^2 + \tan x = 0. \end{cases}$$

Zadanie 22. Rozwiązać metodą Newtona układ równań

$$\begin{cases} 1 + x^2 - y^2 + e^x \cos y = 0 \\ 2xy + e^x \sin y = 0, \end{cases}$$

dla punktu początkowego $(-1, 4)$.